16 Messverfahren

16.1 Binaurale Messtechnik

Das räumliche Hören des menschlichen Hörorgans umfasst das Richtungs- und das Entfernungshören sowie die Fähigkeit einzelne Schallquellen zu separieren. Bei seitlichem Schalleinfall unterscheiden sich die Ohrsignale. Die wesentlichen interauralen Merkmale sind die Pegeldifferenzen IDL (Interaural Level Difference) und die Laufzeitdifferenzen IDT (Interaural Time Difference). In der Horizontalebene lokalisiert das Gehör die Schallquelle auf der Basis von ITDs und ILDs. Die Lokalisationsschärfe liegt bei unbekannten Signalen bei rund 17 Grad, bei bekannten Signalen um 9 Grad. Diese Werte gelten für den Blick nach vorne. Je weiter ein Signal aus der Vorwärtsrichtung austritt, desto schlechter wird die Lokalisationsgenauigkeit.

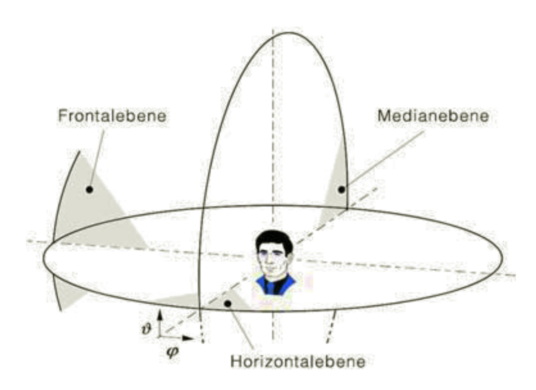


Bild 16-1: Ebenen der Hörwahrnehmung (nach Blauert, 1996)

Binaurale Aufnahmen – welche die durch Kopfhörerwiedergabe unterbundenen natürlichen Ohrsignale ersetzen – sind die beste Möglichkeit, den räumlichen Höreindruck realitätsnah zu reproduzieren. Binaurale Aufnahmen sind „Stereo"-Aufnahmen mit besonderer Aufnahmetechnik, die jedoch typischerweise nur mit Kopfhörern korrekt wiedergegeben werden, daher der Name „Kopfhörer-Stereofonie". Im einfachsten Fall kann eine derartige Aufnahme durch zwei Mikrophone, die im Abstand von ca. 20 cm angeordnet sind und voneinander wegzeigen, realisiert werden. Aufwändigere Techniken bestehen aus genauen Kopfnachbildungen mittels eines Kunstkopfes, der im Gehörgang mit zwei Kondensator-Studiomikrofonen mit Kugelcharakteristik ausgerüstet ist. Ein Kunstkopf, der den menschlichen Kopf inklusive des Oberkörpers perfekt nachbildet, bildet aufnahmeseitig automatisch auch die richtungsabhängige Filterung durch die kopfbezogenen Übertragungsfunktionen, besser bekannt unter der Bezeichnung HRTF (Head Related Transfer Function), nach.



Bild 16-2: Kunstkopf der Fa. Neumann, Berlin

Durch eine zusätzliche aufnahmeseitige Entzerrung des Frequenzgangs wird die Vergleichbarkeit des Kunstkopfsignals mit demjenigen eines Meßmikrofons sichergestellt. Diese Entzerrung berücksichtigt die frequenzabhängige Übertragungsfunktion des Außenohrs und ist abhängig von der Art des Schallfelds. Als Bezugsschallfelder dienen zumeist das Freifeld oder das Diffusfeld. Für den Einsatz im Fahrzeuginnenraum hat sich die sogenannte ID-Entzerrung (Indipendent of Direction) bewährt. Bei der Wiedergabe ist durch zusätzliche Korrekturfilter sicherzustellen, dass die Kopfhörer an der Position des Aufnahmemikrofons im Ohrkanal die gleichen Ohrsignale hervorbringen wie in der Aufnahmesituation. Beim Abhören der Kunstkopfsignale mit einem guten Kopfhörer entsteht so ein Höreindruck, der fast vollständig demjenigen gleicht, den der Hörer bei stillgehaltenem Kopf am Ort des Kunstkopfes gewinnt (kopfbezogene Stereophonie).

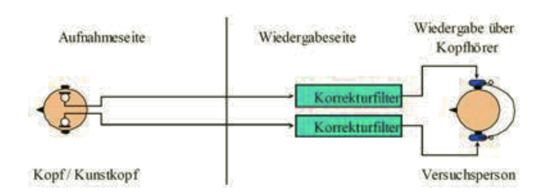


Bild 16-3: Prinzip der binauralen Aufnahme und Wiedergabe

Die Aufnahme binauraler Ohrsignale ist nicht nur für Aufnahmezwecke bei Musikdarbietungen geeignet, vielmehr hat sich in den letzen 25 Jahren ihr Einsatz auch bei der Beurteilung von Geräuschen in der Fahrzeugtechnik durchgesetzt. Der Einsatz eines Kunstkopfes ist immer dann sinnvoll und notwendig, wenn die aufgenommenen Geräusche nach psychoakustischen Gesichtspunkten weiter analysiert oder für Hörversuche genutzt werden sollen. Die Ergebnisse geben dann sowohl die korrekten Lautheitswerte der Geräusche als auch die Richtungsabhängigkeit der Schalleinwirkung wieder und bilden damit die Grundlage für die psychoakustische Optimierung. Soll dagegen lediglich eine relative Kenngröße oder ein kennzeichnendes Spektrum für ein Bauteil gemessen werden, ist in der Regel der Einsatz eines einzelnen Mikrofons als Sensor bereits ausreichend.

16.2 Ortung von Schallquellen

Um die Schallpegel des Fahrzeugs unter bestimmten Betriebsbedingungen gezielt absenken zu können, ist es notwendig, die wesentlichen beteiligten Schallquellen zu lokalisieren. Bei der Suche nach dominanten schallabstrahlenden Bauteilen und Potentialen zur Lärmminderung besitzen daher Methoden der Schallfeldkartierung einen hohen Stellenwert. In der Luftschallmesstechnik werden daher neben klassischen Mikrofonmessungen an einer oder wenigen Messpositionen zunehmend auch Verfahren angewandt, die auf Messungen an vielen Positionen beruhen und damit eine Schallquellenortung und Schallfeldvisualisierung ermöglichen. Die direkte Messung der Schallintensität mittels Intensitätssonde, die akustische Nahfeldholografie, sowie das unter Beamformung bekannte Fernfeldverfahren bieten Möglichkeiten, Schallfeldkartierungen zu erstellen und zum Beispiel mit einem Photo der Schallquellenanordnung zu hinterlegen (akustische Kamera). So können dominante Quellen schnell und sicher lokalisiert werden (**Bild 16-4**).

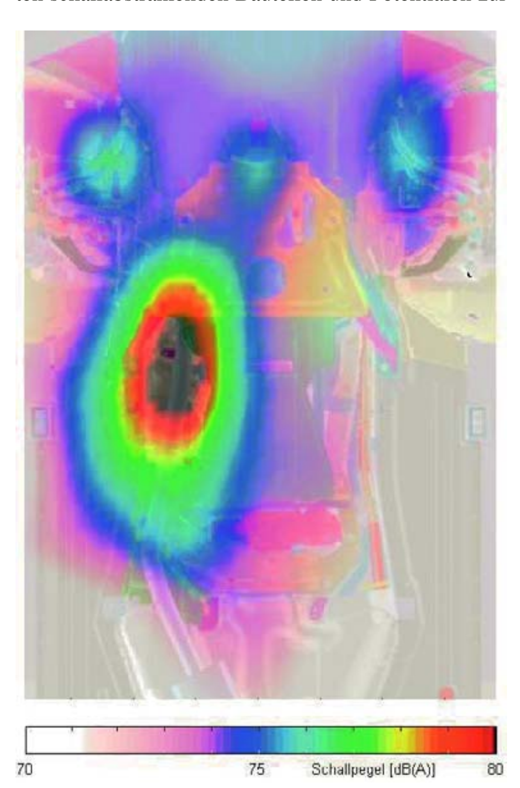


Bild 16-4: Schallabstrahlung am Unterboden eines Fahrzeugs, gemessen im Freifeldraum mit Mikrofonarray

16.2.1 Intensitätssonde

Bei der Messung der abgestrahlten Schallleistung mit Hilfe von Intensitätssonden kann eine Schallfeldkartierung durch die sequentielle Messung von Punkt zu Punkt erreicht werden. Im Gegensatz zum Schalldruck ist die Schallintensität eine vektoriell gerichtete Größe in Richtung der Schallschnelle (Kapitel 5) und errechnet sich aus dem Produkt beider Größen:

$$\vec{I} = p \cdot \vec{v}$$

Um die Schallintensität zu messen, stehen zwei Sondentypen zur Verfügung. Zum einen die sogenannten p-v-Sonden der Fa. Microflown Technologies®, mit denen sowohl der Schalldruck als auch die Schallschnelle direkt gemessen werden können. Der Schnellesensor besteht dabei aus einem Hitzdraht-Anemometer, während zur Messung des Schalldrucks in die Sonde ein Mikrofon integriert ist. Zum anderen werden Druckgradienten-Sonden eingesetzt, auch p-p-Sonden genannt.

Beim Anemometerprinzip wird ein beheizter Widerstandsdraht der zu messenden Gasströmung ausgesetzt und von dieser abgekühlt. Aus der mit dem Gas abgeführten Wärme kann auf die Geschwindigkeit des strömenden Mediums geschlossen werden. Das Anemometer besteht aus zwei in der Strömung hintereinander liegenden Hitzdrähten, die in einer Brücke verschaltet sind. Deren Diagonalspannung hängt für kleine Volumenströme näherungsweise linear von der Strömungsgeschwindigkeit v ab. In der Kombination des Anemometers mit der Mikrofonkapsel ergibt sich ein integrierter Sensor, der am gleichen Ort den Schalldruck p und Schallschnelle v messen kann. Durch Multiplikation dieser Messgrößen kann im Rahmen der Signalverarbeitung direkt die Intensität I und durch Division die Akustische Impedanz Z bestimmt werden.

Die Druckgradientensonden bestehen aus zwei benachbarten Mikrofonen in face-to-face Anordnung (**Bild 16-5**).

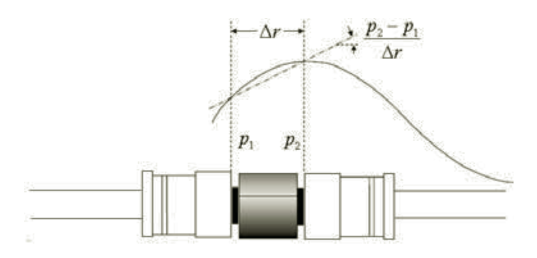


Bild 16-5: Messprinzip der Intensitätsmessung mit Zwei-Mikrofon-Sonde

Ersetzt man den in der Euler-Gleichung (Kapitel 5.2.2) beschriebenen differenzellen Zusammenhang zwischen Schalldruck und Schallschnelle durch den Differenzenquotienten, so gilt:

$$\frac{\partial v(\theta)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} \approx -\frac{1}{\rho}\frac{p_2 - p_1}{\Delta r}$$

$$v(\theta) = -\frac{1}{\rho \cdot \Delta r}\int (p_2 - p_1)\,dt$$

Für den Schalldruck am Ort der Sonde wird der Mittelwert von beiden Sonden angesetzt:

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

Die Schallintensität in Richtung der Schallschnelle ergibt sich aus dem Produkt von Schalldruck und Schallschnelle:

$$I(\theta) = p \cdot v(\theta) = -\frac{p_1 + p_2}{2 \cdot \rho \cdot \Delta r}\int (p_2 - p_1)\,dt$$

Somit kann mit Hilfe dieser zwei-Mikrofon-Sonde eine Intensitätsmessung durchgeführt werden. Die Sonde erfasst die Schallintensität dabei abhängig vom Einfallswinkel θ gemäß der Richtcharakteristik der Sonde **(Bild 16-6)**:

$$I(\theta) = I(0) \cdot \cos\theta$$

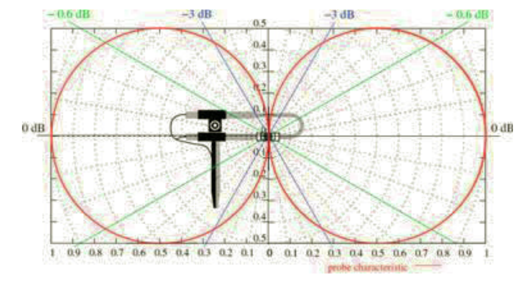


Bild 16-6: Richtcharakteristik der Zwei-Mikrofon-Sonde

Die Intensitätssonde ermöglicht durch ihre Richtungsabhängigkeit somit die Bestimmung der Raumrichtung, aus der die Schallwellen einfallen. Häufig genügt es daher schon, den infrage kommenden Bereich mit der Sonde per Hand „abzuwedeln“, um akustische Schwachstellen zu detektieren. Auf diesem Weg lassen sich z.B. Undichtigkeiten in der Stirnwand eines Fahrzeugs oder dominante Strahler schnell erkennen.

16.2.2 Akustische Nahfeldholografie

Wenn verschiedene Schallquellen auf engem Raum lokalisiert sind, wie es z.B. bei den verschiedenen abstrahlenden Flächen eines Verbrennungsmotors der Fall ist (Ölwanne, Kurbelgehäuse, Zylinderkopf, Nebenaggregate, usw.), so können diese mit der konventionellen Intensitätsmessung häufig nicht mehr sicher detektiert werden, da diese Methode ein zu geringes räumliches Auflösungsvermögen aufweist. Hier bietet die akustische Nahfeldholografie (NAH) Abhilfe. Bei der NAH wird auf einer Messfläche im Nahfeld der Schallquelle mit Hilfe eines Mikrofon-Arrays Schalldruckmessungen durchgeführt und daraus rechnerisch das Schallfeld bestimmt. Verschiedene Array-Anordnungen (z.B. 5x8 oder 8x8) aber auch zeilenweise Anornungen der Mikrofone (z.B. 1x20 oder 2x20) sind möglich. Um die gesamte Messfläche abzudecken, werden die Arrays teilweise auch mehrfach versetzt.

Der Frequenzbereich ist nach unten durch die Größe des Arrays beschränkt, d.h. sehr tiefe Frequenzen setzen ein großes Array von der Größe einer Wellenlänge voraus, ein kleineres Array muss entsprechend oft versetzt werden. Beträgt die tiefste Frequenz, die man noch zuverlässig messen möchte, z.B. 50 Hz, so müsste das Array eine Breite von ca. 7 m haben, bei 500 Hz hingegen nur noch ca. 70 cm. Umgekehrt bestimmt der Abstand der Mikrofone untereinander die höchstmögliche Messfrequenz. Der Mikrofonabstand sollte eine halbe Wellenlänge nicht überschreiten. Bei 1000 Hz beträgt der maximale Mikrofonabstand 17 cm, bei 5000 Hz nur noch 3,4 cm. Ferner ist zu bedenken, dass das Mikrofonarray sich bei der Messung im Nahfeld, also innerhalb einer halben Wellenlänge am Messobjekt befinden muss. Empfohlen wird ein Abstand, der demjenigen des Mikrofonabstandes entspricht.

Der bedeutende Vorteil des Verfahrens ist, dass auch dicht beieinander liegende Schallquellen zuverlässig separiert und geortet werden können. Mittels räumlicher Fouriertransformation löst man die homogene Wellengleichung für den schallquellenfreien Halbraum. Man erhält so ein dreidimensional propagierendes akustisches Feld, das aufgrund zweidimensionaler Schalldruckmessungen gewonnen wurde. Obwohl die Messungen ausschließlich in der Hologrammebene erfolgen, kann man aus den gemessenen

Daten mit Hilfe der Analysesoftware die räumliche Schalldruck- oder Schallintensitätsverteilung auch in anderen Ebenen parallel oder senkrecht zur eigentlichen Messebene berechnen und so auch Werte direkt an der Oberfläche des Messobjektes ermitteln **(Bild 16-4)**.



Bild 16-7: Freifeldraum mit Mikrofonarray im Nahfeld des Fahrzeug-Unterbodens

16.2.3 Akustische Fernfeldholografie

Fernfeldmethoden, wie das sogenannte Beamforming, arbeiten auch mit Mikrofonarrays. Die Lokalisierung von Schallquellen beruht hier aber meist auf dem Effekt des Laufzeitunterschieds in großer Entfernung von der Schallquelle. Die Schallwelle propagiert von der Quelle weg und erreicht nach und nach die Mikrofone, die sich in unterschiedlichen Abständen zur Quelle befinden.

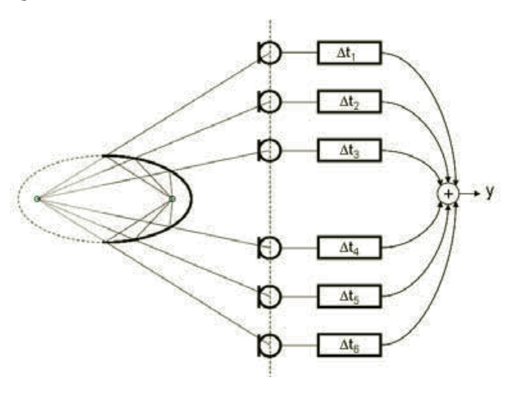


Bild 16-8: Mikrofonarray als Hohlspiegelersatz

Jedes Schalldruck-Mikrofonsignal p_i wird mit einem Faktor V_i bewertet und entsprechend dem Laufzeitunterschied Δt_i des jeweiligen Schalleinfallswinkels der Quelle aufaddiert (Delay & Sum Beamforming):

$$y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i(t - \Delta t_i)$$

Die einfachste Form von Mikrofonarrays stellt das Linienarray mit äquidistanten Mikrofonabständen d dar (uniform line array, ULA). Bei N Mikrofonen ergibt sich die Richtcharakteristik des Arrays in Abhängigkeit vom Schalleinfallswinkel θ zu:

$$H(\theta) = \frac{1}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N}\exp\left\{ j\frac{\omega}{c} i\cdot d\cdot\left(\cos\theta - \cos\theta'\right)\right\}$$

Durch Wahl der Verzögerungszeiten kann die Richtung θ' der Hauptkeule eingestellt werden werden:

$$\Delta t_i = \frac{i\cdot d\cdot\cos\theta'}{c}$$

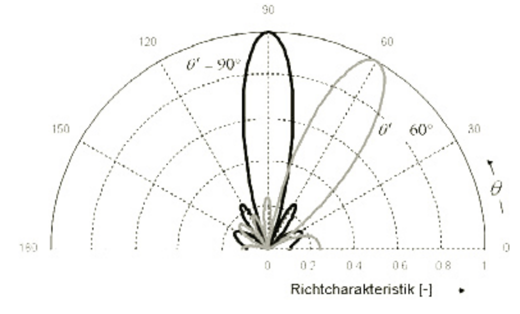


Bild 16-9: Richtcharakteristik eines linienförmigen Arrays mit 6 Mikrofonen, dargestellt für zwei Winkel θ' und $f\cdot d = 160 \ m/s$

Mit dem Mikrofonarray wird quasi ein Hohlspiegel als Richtempfänger nachgebildet **(Bild 16-8)**. Wenn sich in der zum Laufzeitunterschied äquivalenten Raumrichtung tatsächlich eine Schallquelle befindet, werden alle Einzelsignale phasenrichtig aufaddiert, was am Ausgang den Maximalpegel zur Folge hat (Hauptkeule). In alle anderen Raumrichtungen werden die Einzelsignale durch destruktive Interferenz

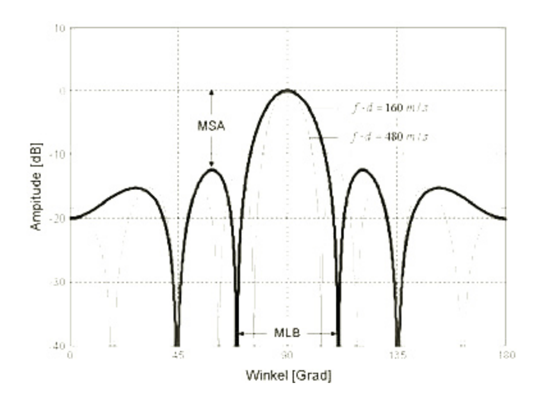


Bild 16-10: Beampattern bei einem äquidistanten Linienarray mit 6 Mikrofonen

mehr oder weniger unterdrückt. Dadurch ergeben sich abfallende Werte mit kleineren Nebenkeulen **(Bild 16-9)**. Die Differenz zwischen dem Hauptmaximum (Mainlobe) und dem ersten Nebenmaximum (Sidelobe) wird Mainlobe-Sidelobe-Abstand (MSA) genannt und beschreibt den Dynamikbereich des Systems. Eine weitere wichtige Kenngröße für das räumliche Auflösungsvermögen ist die Breite des Mainlobes (MLB).

Für ein ULA beträgt der Dynamikbereich unabhängig von der Frequenz und dem Mikrofonabstand immer

$$MSA = 13{,}25\ \ dB\ ,$$

während das räumliche Auflösungsvermögen in Abhängigkeit vom Produkt der beiden Größen variiert:

$$MLB = 2 \cdot \left\{ \arccos\left(\frac{c}{N \cdot d \cdot f} \right) - \frac{\pi}{2} \right\}$$

Neben den dargestellten Linienarrays werden für die Schallfeldkartierung auch zweidimensionale Arrays eingesetzt (akustische Kamera). Um einen großen Dynamikbereich für ein breites Frequenzspektrum und hohe räumliche Auflösung sicherzustellen, müssen die Arrays speziell ausgelegt werden. Regelmäßige gitterförmige Strukturen sind hier nicht optimal. Bewährt haben sich dagegen Arrays mit randomisierter Mikrofonanordnung bzw. mit einer Mikrofonanordnung in Spiralgeometrie oder in Form von mehreren Linienarrays in Speichenform (Wheelarray) [3].



Bild 16-11: Akustische Kamera mit Wheelarray, Fa. Brüel & Kjaer

Aus der so gewonnenen Abbildung kann jedoch keine Information entnommen werden, wie diese Schalldruckbeiträge einzelnen Quellmechanismen zuzuordnen sind. Darüber hinaus wird durch Rauschen und durch die Nebenkeulen hervorgerufenen „Geisterbilder" der Dynamikbereich der Abbildung der Schalldruckbeiträge eingeschränkt. Das führt dazu, dass lediglich die dominierenden Schallquellen abgebildet werden, während weniger starke Schallquellen durch das Rauschen der Abbildung überdeckt werden. Durch eine verbesserte Signalverarbeitung [4] können die Eigenschaften des Mikrofonarrays weiter optimiert werden, um die oben genannten Probleme so weit wie möglich zu vermeiden. Der zeitliche Abstand der Schallereignisse lässt sich beispielsweise auch über die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen den einzelnen Mikrofonen ermitteln. Man kann so auch auf die Ausbreitungsrichtung der Welle bzw. den Ort der Schallquelle schließen. Treten in einem realen Schallfeld nun mehrere unabhängige aerodynamische, thermische oder mechanische Schallentstehungsmechanismen gleichzeitig auf, so überlagern sich deren Teil-Schallfelder zum Gesamt-Schallfeld und sind normalerweise zeitlich und örtlich nicht korreliert. Deshalb sind die den Teil-Schallfeldern zugeordneten Schalldruckverteilungen orthogonal. Damit ergeben sich bei der Korrelationsanalyse im Frequenzbereich orthogonale Vektoren, deren Beiträge zum Schallfeld getrennt ausgewertet werden können. Dieses orthogonale Beamforming ermöglicht eine sehr gute Trennung von Quellmechanismen und auch die Auflösung von relativ leisen Teilschallquellen [2].

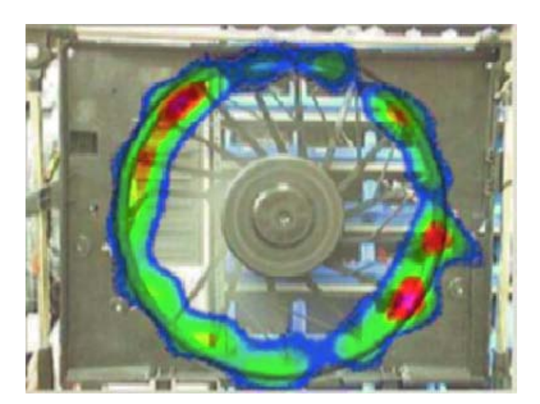


Bild 16-12: Schallfeldkartierung eines Lüfters mit Hilfe der akustischen Kamera

Beamformingmethoden werden auch bei Freisprecheinrichtungen in Fahrzeugen eingesetzt. Die Richtwirkung des Mikrofonarrays wird in diesem Fall genutzt, um diffuse und unkorrelierte Störgeräusche zu unterdrücken. Mit Hilfe eines 4-Mikrofon-Arrays kann auf diese Weise die Wortfehlerrate nahezu halbiert werden.

16.3 Akustische Systemidentifikation

16.3.1 Übertragungsfunktionen[1]

Übertragungspfade können in der Vibroakustik sowohl Luftschall-/Luftschallpfade, Körperschall-/Luftschallpfade als auch Körperschall-/Körperschallpfade sein. Während sich eine Schallwelle in gasförmigen Medien nur als Longitudinalwelle ausbreitet, d.h. die Ausbreitungsrichtung fällt mit der Schwingrichtung zusammen, tritt dagegen in Festkörpern gleichzeitig eine zur Dehnrichtung quergerichtete Kontraktion auf, die für die Entstehung von Transversalwellen verantwortlich ist. Ist der Festkörper räumlich begrenzt, so treten zusätzlich noch Biegewellen auf. Damit spielt bei Festkörpern neben den Materialeigenschaften auch die geometrische Gestalt für die Schallausbreitung eine große Rolle. Ist diese Geometrie komplex, so ist die Berechnung der Wellenausbreitung praktisch nur noch mit großem Aufwand und erheblichen Einschränkungen möglich. Analysemethoden auf der Grundlage von Übertragungsfunktionen umgehen diese Komplikationen elegant und beschreiben den Zusammenhang zwischen der Anregung und der Antwort eines Systems in Form von Übertragungsfunktionen $H_i(\omega)$, ohne den Übertragungsmechanismus im Detail zu analysieren (Black-Box-Modell).

Übertragungsfunktionen stellen den Zusammenhang zwischen der Erregung und der Systemantwort einer Struktur her und beschreiben somit das Übertragungsverhalten. Der Zusammenhang zwischen der Erregung $e(t)$ an einem bestimmten Einleitungspunkt in das System und der Antwortfunktion $a(t)$ an einer anderen Stelle des Systems wird im Zeitbereich bei linearen Systemen durch das Faltungsintegral der Eingangsgröße mit der Stoßantwort $h(t)$ hergestellt:

$$a(t) = h(t) * e(t) = \int_{-\infty}^{t} h(\tau) \cdot e(t-\tau) \cdot d\tau$$

Durch Fourier-Transformation der Zeitfunktionen in den Frequenzbereich ergibt sich der einfache multiplikative Zusammenhang

$$A(j\omega) = H(j\omega) \cdot E(j\omega)$$

bzw.

$$H(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{E(j\omega)}$$

[1] Im englischen Sprachgebrauch auch als Frequency Response Function (FRF) bezeichnet

Mit den Transformationen:

$$e(t) \Rightarrow E(j\omega)$$
$$a(t) \Rightarrow A(j\omega)$$
$$h(t) \Rightarrow H(j\omega)$$

Betrachtet man nur den Amplitudengang in Dezibel (Kapitel 2.2.3), so ergibt sich dieser einfach durch Subtraktion der eingangs- und ausgangsseitigen Pegelverläufe:

$$L_H = L_E - L_A$$

Die Eingangs- und Ausgangsgrößen der Übertragungsfunktionen können an derselben Stelle des betrachteten Systems oder an verschiedenen Stellen lokalisiert sein. Sind Eingangs- und Ausgangsgrößen auf die gleiche Stelle des Systems bezogen, so hat die Übertragungsfunktion bei mechanischen Systemen die Eigenschaft von Nachgiebigkeit, Mobilität, Akzeleranz oder von deren Kehrwert (Kapitel 2.2.2). Man spricht in diesem Fall von *Punkt*mobilität usw. Sind Eingangs- und Ausgangsgrößen auf unterschiedliche Stellen bezogen, so spricht man von *Transfer*funktionen (Kapitel 16.4).

Die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ kann experimentell ermittelt werden, indem punktweise mit einem Sinussignal mit fester Frequenz ω angeregt und die Systemantwort aufgezeichnet wird. Nachteilig an dieser Methode ist der große experimentelle Aufwand. Erheblich schneller kommt man mit breitbandigen Erregersignalen zum Ergebnis. Diese Testsignale erregen das System simultan mit allen in der interessierenden Bandbreite liegenden Frequenzen. Allerdings sind in diesem Fall die Fourier-Transformierten der Zeitsignale zu bilden. Die wichtigsten breitbandigen Testsignale sind weißes Rauschen, der Dirac-Stoß $\delta(t)$ oder die Sprungfunktion $\sigma(t)$. Sowohl weißes Rauschen wie auch der Diracstoß beaufschlagen das System zumindest theoretisch im gesamten Frequenzbereich mit konstanter Leistungsdichte, während bei der Sprungfunktion das Amplitudenspektrum mit $1/\omega$ abfällt.

16.3.2 Impulshammermethode

Im Experiment erfolgt die Anregung eines strukturdynamischen Systems entweder sinusförmig mittels Shaker, oder durch Anschlagen mit einem Impulshammer. Der Kraftverlauf beim Anschlagen des Impulshammers wird durch einen eingebauten Piezo-Aufnehmer aufgezeichnet und anschließend mittels FFT in das Anregungsspektrum umgerechnet. Die Antwortfunktion wird durch geeignete Sensoren, wie z.B. Beschleunigungs-, Geschwindigkeits-, oder Wegaufnehmer, Mikrofone, Laservibrometer, usw. gemessen. Zur Bestimmung der Übertragungsfunktion setzt man nun das Anregungsspektrum ins Ver-

hältnis zum ebenfalls ermittelten Spektrum der Systemantwort am Empfangsort.

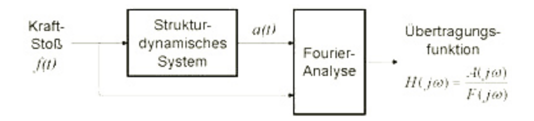


Bild 16-13: Ermittlung der Übertragungsfunktion mittels Impulshammermethode

Wird z.B. als Systemantwort die Beschleunigung $a(t)$ am Anregungspunkt selbst aufgezeichnet, so erhält man nach der Forier-Transformation

$$a(t) \Rightarrow A(j\omega)$$
$$f(t) \Rightarrow F(j\omega)$$

als Übertragungsfunktion die Inertanz in diesem Punkt:

$$H(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{F(j\omega)}$$

Durch ein- oder zweifache Integration kann daraus auch die Mobilität bzw. die Nachgiebigkeit des Anregungspunktes bestimmt werden.

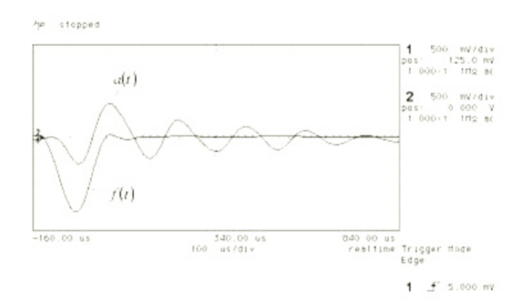


Bild 16-14: Typischer Signalverlauf des Beschleunigungsaufnehmers am Impulshammer und am Empfangsort



Bild 16-15: Amplitudenspektren der Signalverläufe von obigem Bild und Differenzspektrum (unten)

Bei der Anregung mit dem Impulshammer liegt im Gegensatz zum idealen Stoß eine endliche Impulsdauer und damit ein zu hohen Frequenzen abfallendes Spektrum vor **(Bild 16-16)**. Der angeregte Frequenzbereich kann durch die Wahl der Hammermasse und der Steifigkeit der Hammerspitze variiert werden. Eine kleine Hammermasse und eine steife Hammerspitze regen ein breites Spektrum an, während eine große Masse und eine weiche Spitze ein schmales Spektrum anregen. Die Anregepositionen auf der Struktur sollten eine hohe Steifigkeit aufweisen, um genügend Energie in das System einbringen zu können. In der Praxis sind Anschlagversuche an mehreren Stellen zweckmäßig. Außerdem sollte eine gute Erreichbarkeit der Anschlagposition gewährleistet sein.

Des Weiteren ist der Gewichtseinfluss der Aufnehmer von großer Bedeutung. Bringt man zusätzliche Massen auf eine Struktur, werden die Eigenfrequenzen in niedrigere Frequenzbereiche verschoben. In der Praxis ist ein möglichst großer Massenunterschied zwischen der Struktur und den Sensoren anzustreben. Die Befestigung der Aufnehmer kann mit Wachs, Klebstoff oder einer Verschraubung erfolgen. Zu höheren Frequenzen hin sollte mit immer stabileren Verbindungen gearbeitet werden. Laservibrometer bieten den Vorteil, dass sie berührungslos und damit ohne Rückwirkung arbeiten.

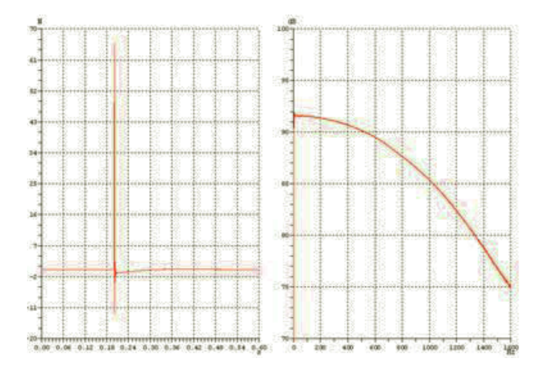


Bild 16-16: Kraftstoß des Impulshammers (links) und Frequenzspektrum (rechts)

Unter Zuhilfenahme einer frei aufgehängten Testmasse kann die korrekte Einstellung des Messsystems leicht überprüft und der Impulshammer indirekt kalibriert werden **(Bild 16-17)**. Durch das Anschlagen der Masse wird diese beschleunigt. Das Verhältnis von Kraft und Beschleunigung ist die Inertanz (Kapitel 2.2.2). Deren Verlauf ist für den typischen Einmassenschwinger im überkritischen Bereich nur durch die beschleunigte Masse bestimmt (Masselinie). Ist der Beschleunigungssensor exakt kalibriert,

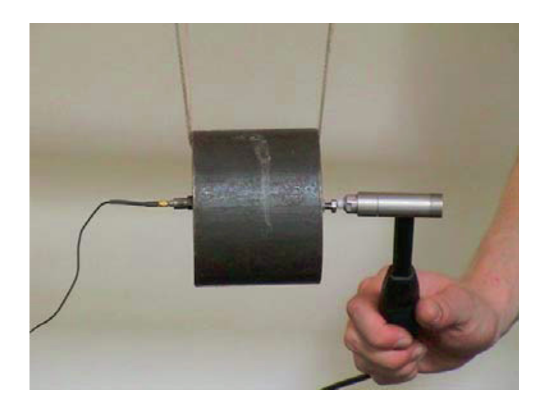


Bild 16-17: Kalibrierung an einer Testmasse

so entspricht diese von ihrem Wert her genau dem Kehrwert der Masse.

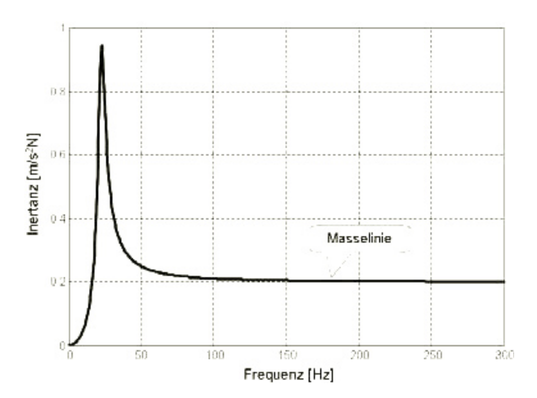


Bild 16-18: Inertanz des Einmassenschwingers bei einer Testmasse von 5 kg

16.4 Transferpfadanalyse (TPA)

Damit Schallwellen hörbar werden, müssen diese durch die Luft an das menschliche Ohr übertragen werden. Die Schwingungen breiten sich also von der Schallquelle zur Schallsenke Ohr aus. Die verschiedenen Ausbreitungswege nennt man Transferpfade. Die Aufgabe der Transferpfadanalyse ist es nun, den vibroakustischen Energiefluss von einer oder mehreren Quellen über die relevanten Transferpfade zum Empfänger aufzudecken und quantitativ zu beschreiben.

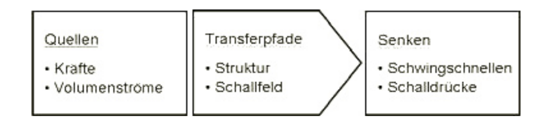


Bild 16-19: Grundprinzip der TPA

Auf der Grundlage dieser Analyse können dann Maßnahmen zur Reduktion des Geräuscheintrages beim Empfänger ergriffen werden. Die Maßnahmen können entweder an der Schallquelle ansetzen und deren Emission vermindern, oder den Transferpfad so beeinflussen, dass weniger Schallenergie beim Empfänger ankommt. Dabei kommt es darauf an, gezielt diejenigen Transferpfade unempfindlicher zu gestalten, die auch relevante Anteile der Energie übertragen. In **Bild 16-20** sind als Ergebnis einer TPA beispielhaft die Beiträge aller Einleitungspfade über die Lagerpunkte der Achsen in die Karosserie dargestellt. Deutlich sind die Pfade zu erkennen, über die die wesentliche Einleitung erfolgt. Nur diese Pfade bieten Potential für Verbesserungsmaßnahmen.

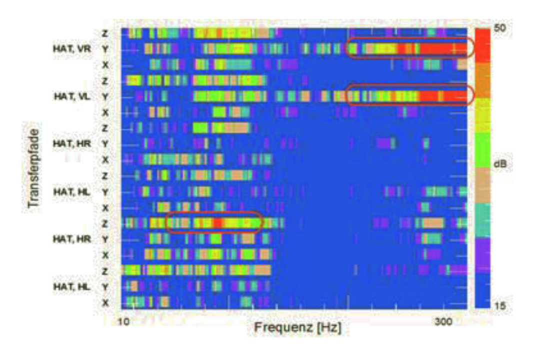


Bild 16-20: Beiträge verschiedener Transferpfade zum Innengeräusch eines Fahrzeuges

Die Transferpfade zwischen Sende- und Empfangsort können reine Körperschallpfade, reine Luftschallpfade oder eine Mischung aus beidem sein **(Bild 16-21)**. Die Anregung am Eingang der Transferpfade erfolgt bei Körperschallpfaden durch die an der Struktur angreifende Kraft F und bei Luftschallpfaden durch den Volumenstrom q. Ausgangsseitig ist bei Luftschallpfaden der Schalldruck p und bei Körperschallpfaden die Schwingschnelle v von Interesse. Durch Integration und Differentiation kann diese auch durch Schwingwege bzw. Schwingbeschleunigungen ersetzt werden.

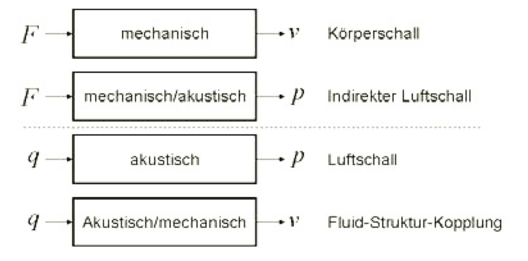


Bild 16-21: Prinzipielle Transferpfade

Für die Transferfunktionen zwischen der i-ten Quelle E_i und der k-ten Senke A_k gilt allgemein:

$$H_{i,k}(\omega) = \frac{A_k(\omega)}{E_i(\omega)}$$

Dabei können die Transferpfade prinzipiell durch die in **Tabelle 16-1** dargestellten Übertragungsfunktionen $H_{i,k}$ beschrieben werden:

Übertragungsfunktionen / Quelle	Senke	
	Schwingschnelle $v_k[m/s]$	Schalldruck $p_k[Pa]$
Kraft $F_i[N]$	$H^{v/F} = \frac{v_k}{F_i}\left[\frac{m}{Ns}\right]$	$H^{p/F} = \frac{p_k}{F_i}\left[\frac{1}{m^2}\right]$
Volumenstrom $q_i\left[m^3/s\right]$	$H^{v/q} = \frac{v_k}{F_i}\left[\frac{1}{m^2}\right]$	$H^{p/q} = \frac{p_k}{F_i}\left[\frac{Ns}{m}\right]$

Tabelle 16-1: Übertragungsfunktionen der Transferpfade

Wie in Kapitel 16.4.1 exemplarisch aufgezeigt wird, spielen die Phasenbeziehungen zwischen den Einzelbeiträgen der verschiedenen Transferpfade eine wesentliche Rolle. In der Praxis sind daher kohärent angeregte Transferpfade von inkohärent angeregten zu unterscheiden. Beispielsweise ist der vom Motor induzierte Schalleintrag in den Fahrzeug-Inneraum im Wesentlichen durch kohärent angeregte Transferpfade bestimmt, während die Beiträge jedes Rades zum Reifen-Fahrbahngeräusch aufgrund der stochastischen Fahrbahn-Unebenheiten über weitgehend inkohärent angeregte Pfade eingeleitet werden (Kapitel 4.1.2). Bei kohärenter Anregung muss die phasenrichtige Messung aller Systemgrößen gewährleistet werden. Dies kann entweder durch gleichzeitige Aufnahme oder beim Verbrennungsmotor durch kurbelwellensynchrone Erfassung erfolgen. Während sich der Summenschalldruck bei kohärenten Pfaden aus der phasenrichtigen Addition der Einzelbeiträge herleitet, errechnet er sich bei inkohärenten Pfaden aus der geometrischen Summe der Einzelbeiträge **(Bild 16-22)**.

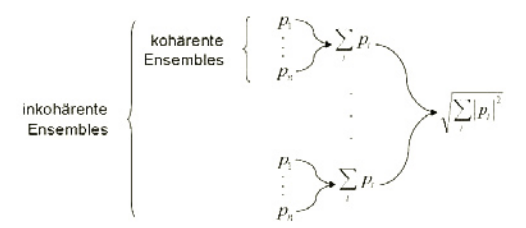


Bild 16-22: Aufteilung in kohärente und inkohärente Ensembles von Transferpfaden

Beispielhaft ergibt sich der Schalldruck im Fahrzeuginnenraum infolge der Motoranregung somit aus der phasenrichtigen Summation der Beiträge über alle relevanten vibroakustischen und akustischen Transferpfade:

$$p_k = \sum_i F_i \cdot H_{i,k}^{p/F} + \sum_i q_i \cdot H_{i,k}^{p/q}$$

Zur Ermittlung des Schalldrucks p_k am Ohrpunkt sind somit neben den Transferfunktionen $H^{p/F}$ und $H^{p/q}$ auch die Betriebsanregungen F_i und q_i zu bestimmen.

Problematisch ist bei der experimentellen Systemanalyse mittels TPA grundsätzlich die Tatsache, dass Betriebsanregungen und Transferfunktionen unabhängig von einander bestimmt werden und damit die dynamische Interaktion zwischen dem anregenden und dem übertragenden Subsystem in die Betrachtung nicht mit eingeht. Diese ist jedoch bei höheren Frequenzen oft nicht vernachlässigbar. In Kapitel 15.7 werden mit der Substrukturtechnik Methoden vorgestellt, welche das Problem adressieren.

16.4.1 Rechnerische Luftschall-TPA

Ein Punktstrahler mit der Quellstärke q erzeugt in einem homogenen Raum mit verlustfreiem Medium in der Entfernung r unabhängig von der Raumrichtung φ den Schalldruck:

$$\underline{p} = j\frac{Z_0 \cdot k}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \underline{q}$$

mit der Kreiswellenzahl k und dem Wellenwiderstand Z_0 der Luft (Kapitel 5.2.2). Daraus ergibt sich die Transferfunktion:

$$\underline{H}^{p/q} = \frac{\underline{p}}{\underline{q}} = j\frac{Z_0 \cdot k}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Die Annahme des homogenen Raums ist in der Realität normalerweise nicht erfüllt. Allenfalls in Freifeldräumen mit schallabsorbierenden Wänden liegt diese Bedingung näherungsweise vor. Geht man dagegen von einem Semi-Freifeld aus, so gibt es mindestens eine reflektierende Begrenzungsfläche (Kapitel 18.2). Diese habe den Schallabsorptionsgrad α_B und damit den Reflexionsgrad $\rho_B = 1 - \alpha_B$. Damit wird an einem beliebigen Empfangsort nicht nur der direkte Schall p_1, sondern zusätzlich auch noch der an der Begrenzungsfläche reflektierte Schall p_2 wirksam (**Bild 16-23**).

Da im vorliegenden Fall beide Schallwellen von ein und derselben Quelle stammen, muss deren Kohärenz berücksichtigt werden. Der Schalldruck beim Empfänger setzt sich somit aus der phasengerechten Addi-

tion der Anteile des direkten und des reflektierten Pfades zusammen:

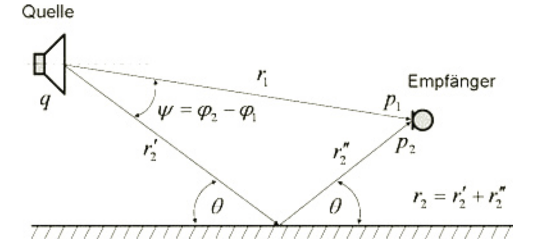


Bild 16-23: Direkter und reflektierter Transferpfad von der Quelle zum Empfänger

$$\underline{p} = \underline{p}_1 + \underline{p}_2$$

$$\underline{p} = \frac{A}{r_1} \cdot \exp(-j \cdot k \cdot r_1) + \frac{A}{r_2} \cdot \sqrt{\rho_B} \cdot \exp(-j \cdot k \cdot r_2)$$

Bezieht man die Schalldruckamplitude am Empfangsort auf den direkten Anteil, so ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{H^{p/q}}{H^{p1/q}} = 1 + x \cdot \sqrt{\rho_B} \cdot \cos(k \cdot \Delta r)$$

mit dem Quotienten aus dem direkten und dem reflektierten Laufweg des Schalls

$$x = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sin(2\theta)}{\sin(2\theta - \psi) + \sin(\psi)}$$

bzw. der Laufwegdifferenz

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

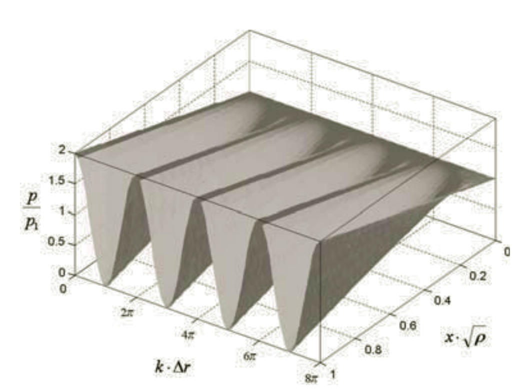


Bild 16-24: Kammfiltereffekt infolge der kohärenten Addition von direkter und reflektierter Schallwelle

Der Schalldruck am Empfangsort besitzt infolge der Interferenz zwischen direkter und reflektierter Welle ausgeprägte Amplitudenschwankungen (**Bild 16-24**). Durch Auswertung dieser Schwankungen kann beispielsweise der Reflexionsgrad der Wand bestimmt werden. Die Schwankungsamplituden sind abhängig von der Frequenz ω, den geometrischen Verhältnissen x und Δr sowie dem Reflexionsgrad ρ. Maximale Druckamplituden liegen immer dann vor, wenn Δr einem geradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge entspricht:

$$f(p_{\max}) = \frac{c}{\Delta r}(n-1) \quad \textit{für} \quad n = 1, 2, 3, ...$$

Minimale Druckamplituden werden bei ungeradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge beobachtet:

$$f(p_{\min}) = \frac{c}{2 \cdot \Delta r}(2n-1) \quad \textit{für} \quad n = 1, 2, 3, ...$$

Im Extremfall ergibt sich bei gleich großen interferierenden Schalldrücken $p_1 = p_2$ für den Schalldruckpegel:

$$L_P = \begin{cases} 20 \cdot \lg\left(\frac{2 \cdot p_1}{p_0}\right) = L_{p1} + 6dB & \textit{für} \quad k \cdot \Delta r = 0 \\ 0 \;\; dB \quad \textit{für} \quad k \cdot \Delta r = \pi \end{cases}$$

Es kann also bei der kohärenten Addition in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung $k \cdot r$ zwischen direkter und reflektierter Welle zu einer Überhöhung des Pegels um bis zu 6 dB aber auch zu einer totalen Auslöschung kommen. Im Fall der inkohärenten (energetischen) Addition von Teilschallen gilt dagegen:

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$$

Bei gleich großen Schalldrücken ergibt sich in diesem Fall für den Schalldruckpegel immer eine Erhöhung um 3 dB:

$$L_p = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{2 \cdot p_1^2}{p_0^2}\right) = L_{p1} + 3dB$$

Beim Kraftfahrzeug liegen in der Regel mehrere Teilschallquellen und Schallpfade vor, die sowohl kohärent als auch inkohärent zueinander sein können. Die vorstehende Theorie der Schallausbreitung in Luft ist daher für das akustische Verständnis und daraus abgeleitete Abschätzungen hilfreich, für die quantitative Berechnung der Transferpfade werden die Verhältnisse aber sehr schnell zu komplex. Dies gilt insbesondere, wenn bei der Schallübertragung Körperschallpfade ebenfalls eine Rolle spielen. Normalerweise kommt man daher mit einer experimentellen TPA schneller und sicherer zum Ziel.

16.4.2 experimentelle Körperschall-TPA

Bei der experimentellen Körperschall-TPA in ihrer einfachsten Form geht man von der Annahme unabhängiger Pfade aus, d.h. über jeden Pfad wird nur eine Anregung übertragen. Eine Beeinflussung bzw. Wechselwirkung durch Übersprechen zwischen den Pfaden findet nicht statt. Allerdings kann sich die Übertragungsfunktion aus einzelnen Teilpfaden zusammensetzen. Beispielsweise setzt sich die Körperschallanregung einer Struktur über einen Lagerpunkt aus der Lagerisolation und der Eingangsimpedanz der Struktur zusammen, während die vibroakustische Transferfunktion den Zusammenhang zwischen dieser Kraftanregung an der Struktur und dem Sekundärschall am Immissionsort beschreibt. Der gesamte Übertragungsweg von der Vorlagerschnelle v_{vL} auf der Anregungsseite bis hin zum resultierenden Luftschall p am Ohrpunkt im Fahrzeug ergibt sich somit entsprechend Kapitel 6.2.4 zu:

$$H_{ges} = \frac{1}{I} \cdot Z_{nL} \cdot H_{nL}$$

Bild 16-25 zeigt den zugehörigen Signalfluss.

v_{vL} → Lager-Isolation $\frac{1}{I} = \frac{v_{nL}}{v_{vL}} = \frac{a_{nL}}{a_{vL}}$ → v_{nL} → Eingangs-impedanz $Z_{nL} = \frac{F_{nL}}{v_{nL}}$ → F_{nL} → Transfer-funktion $H_{nL} = \frac{p}{F_{nL}}$ → p

Bild 16-25: vibroakustische Übertragungsstrecke

In der Praxis hat sich die Bestimmung der Lagerisolation aus Betriebsmessungen der Beschleunigungen an den Vor- und Nachlagerpositionen (motor- und karosserieseitig) bewährt, z.B. bei Hochlauf unter Volllast. Die Eingangsimpedanz wird üblicherweise durch Inversion der Eingangsmobilität ermittelt, welche wiederum mit der Impulshammermethode bestimmt werden kann (Kapitel 16.3.2). Durch Multiplikation der im Betrieb gemessenen Nachlagerschnelle mit der Eingangsimpedanz an der Lageraufnahme ergibt sich die Betriebslast F_{nL} der Struktur. Alternativ kann diese auch direkt aus der Lagersteifigkeit c und den gemessenen Schwingwegen auf beiden Seiten des Lagers (x_{vL}, x_{nL}) ermittelt werden:

$$F_{nL} = c \cdot \left(x_{vL} - x_{nL} \right)$$

Der Sekundärschall am Immissionsort errechnet sich nun aus der Multiplikation der Betriebslast mit der vibroakustischen Transferfunktion. Diese kann sowohl mit der direkten wie auch mit der reziproken Methode bestimmt werden:

$$H^{p/F} = \frac{p}{F_{nL}} = -\frac{v_{nL}}{q} = -H^{v/q}$$

Die direkt bestimmte Transferfunktion $H^{p/F}$ kann grundsätzlich als identisch zur reziproken Form $H^{v/q}$ angesehen werden [5]. Im ersten Fall wird die Transferfunktion mit der Impulshammermethode nach Kapitel 16.3.2 ermittelt. Im zweiten Fall wird der anregende Volumenfluss q mit Hilfe einer kalibrierten Volumenstromquelle am Ort des ursprünglichen Empfängers plaziert. An der Nachlagerposition muss dann nur noch die Schnelle v_{nL} gemessen werden. Da der vorhandene Raum an den Lagerpunkten oft nicht ausreicht, um den Impulshammer präzise anwenden zu können, bietet die reziproke Messung vor allem Vorteile bezüglich der Genauigkeit. Ebenso wird der Messaufwand zur Bestimmung der Transferfunktion reduziert, da alle Übertragungswege gleichzeitig angeregt und gemessen werden können.

Bei der experimentellen Bestimmung der Übertragungsfunktionen der einzelnen Transferpfade ist darauf zu achten, dass das Ergebnis nicht durch Übersprechen verfälscht wird. Andernfalls wird bei der Synthese ein zu hohes Gesamtgeräusch prognostiziert. Eine Möglichkeit der Nebenwegunterdrückung stellt die Fremdlagerung zur Unterbrechung von Körperschallpfaden oder die Totaldämmung von Luftschallquellen dar. Des Weiteren können auch rechnerische Verfahren zur Nebenwegkompensation benutzt werden [1]. Basis dafür stellt eine Transferfunktionsmatrix zwischen allen Quellen und Senken dar.

Mit der Methode der Fremdlagerung wird häufig auch gearbeitet, um Luftschall- und Körperschallpfade zu trennen. Dabei werden nacheinander alle Körperschallbrücken abgebaut und damit alle möglichen Körperschall-Transferpfade unterbrochen. Da durch diese Trennung auch die Befestigungen gelöst werden, müssen diese durch Fremdlagerung ersetzt werden. Hat man auf diese Weise z.B. den Antrieb komplett von der Karosserie getrennt, so misst man in der Fahrgastzelle nur noch den verbleibenden Eintrag über Luftschallpfade.

16.4.3 Experimentelle Luftschall-TPA

Die experimentelle Bestimmung der Luftschall-Transferfunktionen $H^{p/q}$ erfordert auf dem direkten Weg die isolierte Anregung der i-ten Oberfläche mit dem Volumenfluss q_i und die zugehörige Messung des Schalldrucks p_k am Empfangsort. Da die einzelnen Teilflächen jedoch im Experiment nicht ohne weiteres unabhängig voneinander angeregt werden können, ist die Ermittlung der Transferfunktionen normalerweise nur mit Hilfe der indirekten Methode möglich. Dabei wird der Schalldruck am ursprünglichen Empfangsort mit einem Lautsprecher erzeugt (p_k^L) und am ursprünglichen Sendeort die Schnelle v_i

der jeweiligen Teilflächen vermessen. Solange die Längenausdehnung der schwingenden Oberfläche deutlich kleiner ist als die relevanten Wellenlängen, kann die Oberfläche durch eine Punktquelle ersetzt werden, deren Volumenfluss sich aus der gemittelten normalen Oberflächenschnelle $\overline{v}_i^{\perp}$ errechnet (Kapitel 6.1.2):

$$q_i^L = \int_S v_i^{\perp} \cdot dS = \overline{v}_i^{\perp} \cdot S_i$$

$$H^{p/q} = \frac{p_k}{q_i} = \frac{p_k^L}{q_i^L}$$

Alternativ zur Ermittlung der Schnellen der abstrahlenden Oberflächen werden in der Praxis auch an einer Anzahl von Mikrofonpositionen rund um die Schallquelle (z.B. Verbrennungsmotor) die sendeseitigen Schalldrücke p_i im Nahfeld ermittelt und daraus durch Multiplikation mit den Transferfunktionen $H^{p/p}$ der resultierende Schalldruck p_k am Empfangsort bestimmt:

$$p_k = \sum_i p_i \cdot H_{i,k}^{p/p}$$

mit den Transferfunktionen:

$$H_{i,k}^{p/p} = \frac{p_k}{p_i}$$

Zur Ermittlung der Transferfunktionen wird am Sendeort mit Hilfe von Lautsprechern (Kunstmotor) der Schalldruck p_i angeregt und der Schalldruck p_k mit einem Mikrofon am Empfangsort gemessen. Oft ist es jedoch schwierig, Lautsprecher als Schallsender an die Stelle der Geräuschquelle zu bringen, dann kann man auch in diesem Fall nach der reziproken Methode die Schallquelle an den ursprünglichen Empfangsort setzen (p_k) und am ursprünglichen Sendeort mit einem Mikrofon die Immission p_i bestimmen:

$$H^{p/p} = \frac{p_k}{p_i} = \frac{p_i}{p_k}$$

Probleme bereitet bei dieser Vorgehensweise insbesondere die Übertragung von normalerweise im Prüfstand unter Freifeldbedingungen und im Nahfeld gemessenen sendeseitigen Schalldrücken des Motors auf die reale Einbausituation im Fahrzeug. Bei einer alternativen Vorgehensweise kann man deshalb zur Bestimmung des Luftschallanteils am Motorgeräusch im Innenraum auch die Schnelleverteilung auf den einzelnen Teilflächen der Stirnwand ermitteln und daraus das Innengeräusch nach vorstehenden Ansätzen bestimmen.

16.5 Modalanalyse und -synthese

Die Prinzipien des Leichtbaus führen im Fahrzeugbau auf ausgedehnte und schlanke Strukturen mit geringer Masse. Daraus resultiert direkt eine erhöhte Schwingungsanfälligkeit. Deshalb spielt neben der Berechnung der Festigkeit die Analyse der strukturellen Dynamik eine wichtige Rolle.

Die sogenannte Hauptkoordinaten- oder Modalzerlegung ist ein in der Strukturanalyse oft angewandtes Verfahren. Sie erlaubt es, eine Struktur durch ihre Eigenformen (Moden) zu beschreiben (modales Modell). Das modale Modell kann sowohl analytisch wie auch experimentell ermittelt werden. Da für viele Strukturen die Beschreibung ihres dynamischen Verhaltens durch einige wenige Moden ausreichend ist, stellt die modale Synthese von Strukturen durch ein Modell mit wenigen Moden eine wichtige Methode zur Verringerung des Beschreibungsaufwandes für große Struktursysteme dar. Wenn bereits ein Prototyp existiert, ist die experimentelle Modalanalyse meist auch wesentlich schneller und zuverlässiger als eine dynamische FE-Berechnung.

16.5.1 Modalzerlegung

Ein strukturdynamisches System lässt sich im Zeitbereich durch eine Anzahl miteinander gekoppelter Differentialgleichungen zweiten Grades beschreiben, deren homogene Lösungen die Eigenwerte (Resonanzfrequenzen) und Eigenformen (Resonanzschwingungen oder Moden) ergeben:

$$[M] \cdot \ddot{\vec{x}} + [D] \cdot \dot{\vec{x}} + [C] \cdot \vec{x} = \vec{F}(t)$$

M, D und *C* sind die physikalischen Parameter Massen, Dämpfungen und Steifigkeiten der Struktur in Matrizenform. Der Verschiebungsvektor $\vec{x}$ gibt die Bewegungs-Freiheitsgrade des Systems wieder. Die Lösung des Eigenwertproblems der obigen Gleichung liefert die Eigenfrequenzen ω_i und Dämpfungen D_i der i Eigenschwingformen, wie auch die Amplitudenverhältnisse in Form der Eigenvektoren $\vec{\phi}_i$. Diese bilden zusammen die Modalmatrix $[\phi]$ (Kapitel 3.1.3). Durch die modale Transformation:

$$\vec{x}(s) = [\phi] \cdot \vec{q}(s) = \sum_i \vec{\phi}_i \cdot q_i(s) \tag{16-2}$$

werden die physikalischen Koordinaten x in die modalen Koordinaten q überführt. Dadurch zerfällt das Gleichungssystem 16-1 unter bestimmten Orthogonalitätsbedingungen in entkoppelte Gleichungen:

$$q_i(s) = \frac{\vec{\phi}_i^T \cdot \vec{F}(s)}{s^2 + 2 \cdot D_i \cdot \omega_i \cdot s + \omega_i^2}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (16-2) erfolgt die Rücktransformation in die physikalischen Koordina-

ten. Wird nur eine Kraftkomponente F_k angeregt, ergibt sich für die Verschiebung der Koordinate l:

$$x_l(s) = \sum_i \frac{\phi_{li} \cdot \phi_{ki} \cdot F_k(s)}{s^2 + 2 \cdot D_i \cdot \omega_i \cdot s + \omega_i^2} \tag{16-3}$$

Das Übertragungsverhalten unter Betriebsanregung kann somit als gewichtete Linearkombination der Übertragungsfunktionen elementarer Einmassenschwinger beschrieben werden.

In **Bild 16-26** ist beispielhaft die modale Synthese der normierten Mobilität einer Platte einmal unter Berücksichtigung der ersten 100 Moden zum anderen unter Berücksichtigung der ersten 5 Moden dargestellt. Daraus wird ersichtlich, dass sich das Systemverhalten bereits gut annähern lässt, wenn nur diejenigen Moden bei der Synthese berücksichtigt werden, die in den interessierenden Frequenzbereich fallen.

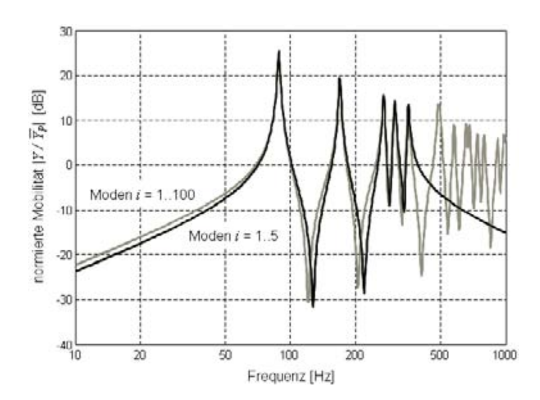


Bild 16-26: Modale Synthese einer Platte bei Berücksichtigung der ersten 100 Moden und der ersten 5 Moden (l x b x h = 0,3 x 0,2 x 0,001 m)

16.5.2 Experimentelle Modalanalyse

Die experimentelle Modalanalyse ist ein experimentell-analytisches Verfahren. Im Gegensatz zur theoretischen Modelanalyse von Kapitel 16.5.1 werden hier die physikalischen parameter M, D und C nicht a priori als bekannt vorausgesetzt. Sie werden vielmehr auf der Grundlage des mathematischen Modellansatzes nach Formel 16-3 experimentell identifiziert. Dazu wird die zu untersuchende Struktur mit einer geeigneten Erregerquelle (Impulshammer, elektrodynamischer bzw. hydraulischer Shaker) angeregt und die Strukturantwort anhand von Beschleunigungs- o.a. geeigneter Sensoren an repräsentativen Punkten der Struktur (Drahtmodell) gemessen.

Mittels der Fast-Fourier-Transformation (FFT) werden aus den Messergebnissen die Übertragungsfunktionen H_{lk} zwischen der am Ort k angreifenden Kraft F_k und der am Ort l gemessenen Beschleunigung a_l ermittelt. Für $l \neq k$ spricht man von *Transfer*inertanz, für $l = k$ spricht man von *Punkt*inertanz usw. Gleichzeitig wird für die Übertragungsfunktionen der mathematische Ansatz gemäß Gleichung 16-2 erstellt:

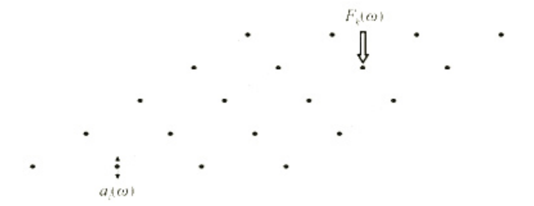


Bild 16-27: Drahtmodell einer ebenen Platte mit Kraftanregung und Beschleunigungsantwort

$$H_{lk}(\omega) = \frac{a_l}{F_k} = \sum_i \frac{A_{lki} \cdot (\omega/\omega_i)^2}{1 - (\omega/\omega_i)^2 + j \cdot 2D_i \cdot (\omega/\omega_i)}$$

Die unbekannten modalen Parameter Verstärkungsfaktor A_{lki}, Eigenfrequenz ω_i und Dämpfungsfaktor D_i für die i-te Mode werden durch so genannte ‚Curve-Fit'-Verfahren in einem ausgewählten Frequenzbereich ermittelt. Dabei wird durch einen geeigneten Algorithmus die Übertragungsfunktion den Messwerten so angepasst, dass das Fehlerquadrat zwischen gemessenen und gerechneten Übertragungsfunktionen minimiert wird. Nach der Ermittlung der modalen Parameter steht nun ein vollständiges modales Modell zur Verfügung. Dieses erlaubt die Untersuchung des Übertragungsverhaltens im betrachteten Frequenzbereich auch für nicht explizit gemessene Fälle.

In **Bild 16-28** ist an einem Beispiel dargestellt, wie sich die Übertragungsfunktion aus der Summe der einzelnen Strukturmoden zusammensetzt. Dabei gilt für zwei benachbarte Resonanzfrequenzen ω_1 und ω_2: Sind die Schwingungsamplituden von ω_1 und ω_2 ent-

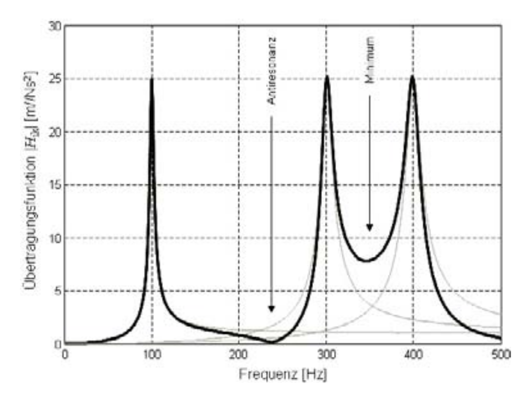


Bild 16-28: Übertragungsfunktion als Summe einzelner Strukturmoden, jeweils der Betrag dargestellt

gegengesetzt, so durchläuft die Übertragungsfunktion zwischen den beiden Resonanzen ein relatives Minimum, sind die Amplituden jedoch gleichgerichtet, so durchläuft die Übertragungsfunktion eine Antiresonanz, d.h. die Amplitude geht gegen den Wert Null. Für $l = k$ liegt daher immer eine Folge von Resonanzen und Antiresonanzen vor.

Die experimentelle Modalanalyse ist seit Jahren in der Fahrzeugentwicklung für die Bestimmung der dynamischen Steifigkeiten von Komplettfahrzeugen, Rohkarosserien und anderen Teilsystemen und Komponenten erfolgreich im Einsatz. Anhand der ermittelten Werte der modalen Parameter kann das niederfrequente strukturdynamische Verhalten hinsichtlich kundenrelevanten Gesamtfahrzeugfunktionen wie Schwingungskomfort und Körperschall untersucht und bewertet werden.

Die Standardvorgehensweise ist dabei die experimentelle Erfassung von Übertragungsfunktionen zwischen der Kraftanregung an bestimmten Stellen der Struktur mittels elektrodynamischen Shakern und der Aufnahme der Strukturantwort an sämtlichen wesentlichen Positionen der Struktur anhand von triaxialen Beschleunigungsaufnehmern. Insbesondere bei komplexen Strukturen wie Komplettfahrzeugen mit relativ hoher Dämpfung und bestehend aus mehreren dynamisch gekoppelten Subsystemen und Komponenten, ist die Ermittlung der modalen Parameter keine einfache Aufgabe. In den letzten Jahren sind dafür neue robustere ‚Curve-Fit'-Verfahren entwickelt worden, wobei die Auswahl der dominanten Moden auf Basis von empirischen Regeln automatisch durchgeführt werden kann. Eine Vielzahl von stark automatisierten modalen Validierungsverfahren steht außerdem zur Bestätigung der ermittelten modalen Parameter zur Verfügung. Dennoch bereitet z.B. der Abgleich zwischen Eigenformen, die mittels FEM errechnet wurden, mit denjenigen, die mit Hilfe der Modalanalyse experimentell bestimmt wurden, durchaus einige Schwierigkeiten.

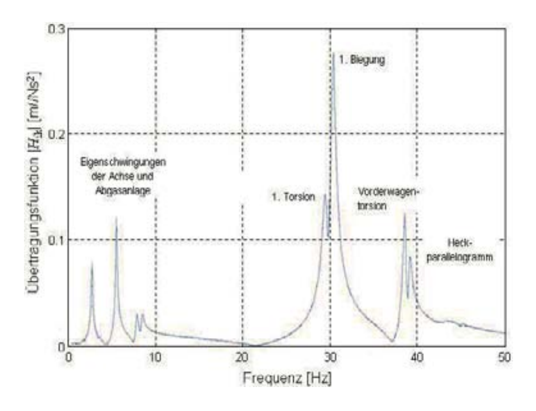


Bild 16-29: Summen-Übertragungsfunktion am realen Fahrzeug gemessen

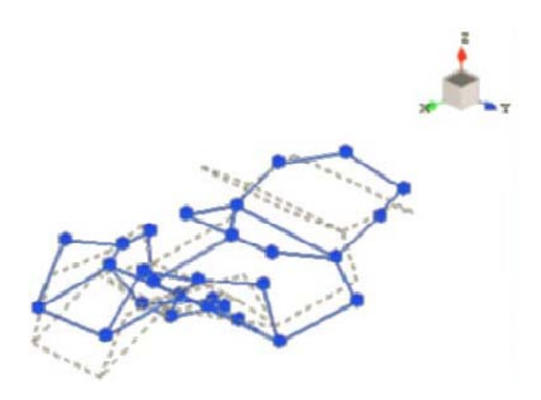


Bild 16-30: Qualitative Darstellung der 1. Biegeform eines Cabrios anhand des animierten Drahtmodells. Jeder Punkt stellt einen gemessenen Wert dar.

Einen noch größeren Fortschritt verspricht der Einsatz hochauflösender Messtechnik in der experimentellen Modalanalyse, im Besonderen des 3D-Laser-Doppler-Scanning-Vibrometers (LDV). Das 1D-LDV-Messverfahren ist seit längerer Zeit erfolgreich im Einsatz bei der hochauflösenden Messung von Blechfeldschwingungen. Ein Laser-Doppler-Vibrometer ist in der Lage, sehr genau die Schwingungskomponente in der Richtung des Laserstrahls zu erfassen. Mittels Winkelkorrektur kann daraus die Schwingungskomponente senkrecht zum Blechfeld abgeleitet werden. Für eine vollständige 3D-Modalanalyse sind allerdings die *x*-, *y*-, und *z*-Komponenten der Strukturantwort an den Messpunkten erforderlich. Dazu wurde ein 3D-LDV-System entwickelt, bei dem drei Laser im gleichen Messpunkt fokussiert werden. Aus diesen drei gemessenen Komponenten können dann die Komponenten im Hauptkoordinatensystem abgeleitet werden. Das 3D-LDV-System ist damit in der Lage, im Scanningmodus eine Vielzahl von Messpunkten in kurzer Zeit zu erfassen. In **Bild 16-31** ist eine Messaufstellung mit zwei 3D-LDV-Lasersystemen für die experimentelle Modalanalyse an einer Cabrio-Karosserie dargestellt.

Ein großer Vorteil dieser Methode ist die Berührungslosigkeit, womit so genannte ‚Mass-Loading'-Effekte aufgrund der Zusatzmassen bei der Applikation von Beschleunigungsaufnehmern ausgeschlossen sind. Nachteil ist allerdings, dass nur Messpunkte, die den drei Lasern ‚sichtbar' sind, erfasst werden können. In der Regel ist deshalb oft nur eine Kombination mit Beschleunigungsaufnehmern zielführend. In **Bild 16-32** ist die Schwingform der ersten Biegung der Cabrio-Karosserie, auf Basis einer Messung mit den 3D-LDV-Systemen in Kombination mit Beschleunigungs-Aufnehmern, dargestellt.

Die experimentelle Modalanalyse mittels solcher hochauflösenden Messtechnik ermöglicht eine genaue

qualitative Bewertung der Eigenschwingform. Bisher wurde bei der experimentelle Modalanalyse oft nur die Frequenzlage und eine grobe Bewertung der Eigenform betrachtet. Mit der detaillierten räumlichen Auflösung – ähnlich einer FE-Berechnung – ist man zukünftig in der Lage, Schwachstellen in der Struktur bei den dominanten Schwingformen noch genauer zu identifizieren.



Bild 16-31: 3D-LDV-Laser Messaufbau für die hochauflösende experimentelle Modalanalyse einer Cabrio-Karosserie

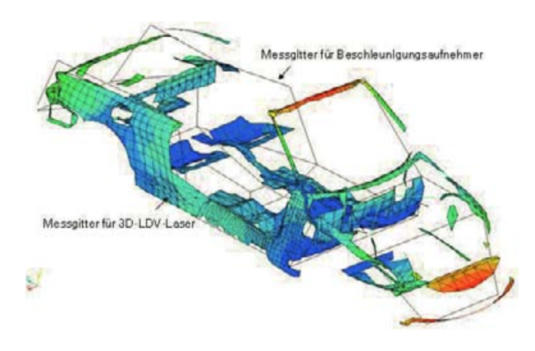


Bild 16-32: Hochauflösende Messung der ersten Biegeschwingform einer Cabrio-Karosserie

Ein weiterer Vorteil dieses neuen Messverfahrens ist die Möglichkeit zum Ausbau eines automatisierten Prüfstands. Mittels eines Roboters kann das 3D-LDV-System an sämtliche Positionen rund um die Struktur gefahren werden. Die Messgeometrie kann vorab aus CAD- oder CAE-Daten vorbereitet werden. Das automatisierte Messsystem muss dann nur noch anhand markanter Positionen auf der Struktur geometrisch ausgerichtet werden, wonach die gesamten Messpunkte in einem automatisierten Ablauf erfasst werden können. Eine solche automatisierte Anlage bedeutet nicht nur eine große Zeitersparnis sondern auch eine deutliche Steigerung der Messqualität und Reproduzierbarkeit.

Die hochauflösende Messtechnik zeigt deutlich großes Potenzial für die experimentelle Modalanalyse der Zukunft in der Fahrzeugentwicklung. Außerdem zeichnet sich ein Einsatz dieses Messverfahrens im Rahmen der Qualitätssicherung des strukturdynamischen Verhaltens von Komplettfahrzeugen und Komponenten in der Produktion von Fahrzeugen ab.

16.6 Betriebsschwingungsanalyse

Die Betriebsschwingungsanalyse dient zur Ermittlung der Betriebsschwingungsform von Bauteilen, d.h. deren Schwingverhalten in einem bestimmten Betriebszustand. Anders als bei der Modalanalyse, bei der das tatsächliche Betriebsverhalten aus einem Modell mittels der Eigenschwingformen des homogenen Systems ermittelt werden, liegt der Betriebsschwingungsanalyse kein Modell zugrunde. Damit kann aus den gemessenen Betriebsschwingformen auch nicht auf das Systemverhalten bei unbekannter Anregung geschlossen werden.

16.6.1 Laser-Scanning-Vibrometrie

In den letzten Jahren hat sich die Technik der Laser-Scanning-Vibrometrie zur Ermittlung der Betriebsschwingungen als Standardmethode durchgesetzt. Im Vergleich zur zeitaufwendigen Applikation zahlreicher Beschleunigungsaufnehmer erhält man mit dieser Technik sehr schnell eine transparente, leicht verständliche und genaue Visualisierung der globalen und lokalen Schwingungseigenschaften einer Struktur.

Das Laser-Doppler-Vibrometer (LDV) arbeitet nach dem Grundprinzip der Laserinterferometrie. Die Frequenzverschiebung des von einer sich bewegenden Oberfläche reflektierten Laserlichts (Doppler-Effekt) wird zur Geschwindigkeitsbestimmung ausgenutzt. Dabei wird der Laserstrahl in einem Strahlteiler in zwei Teilstrahlen zerlegt. Der Objektstrahl trifft auf einen Punkt der schwingenden Oberfläche. Das von diesem Punkt rückgestreute Licht passiert erneut den Strahlteiler und interferiert mit dem zweiten Strahl, dem Referenzstrahl. Bewegt sich die zu messende Struktur, kommt es zu einer Modulation der Lichtintensität, deren Frequenz proportional zur Schwinggeschwindigkeit v ist:

$$f_0 = \frac{2}{\lambda} \cdot v$$

Mit einem einzigen Laser lässt sich also nur die Schwingung in einer Richtung erfassen. Diese Technik wird daher besonders häufig zur Betriebsschwingungsanalyse von Blechstrukturen eingesetzt, bei denen meist nur die Schwingamplitude senkrecht zur Blechoberfläche von Interesse ist (out-of-Plane Mes-

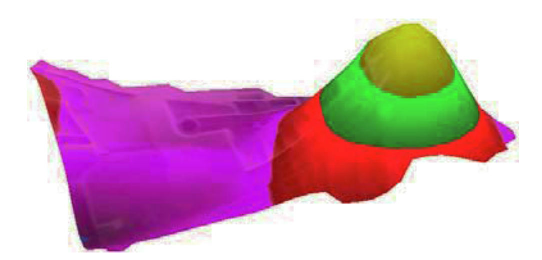


Bild 16-33: Schwingformanalyse an einer Getriebeglocke mit Hilfe der 3D- Laser-Scanning-Vibrometrie

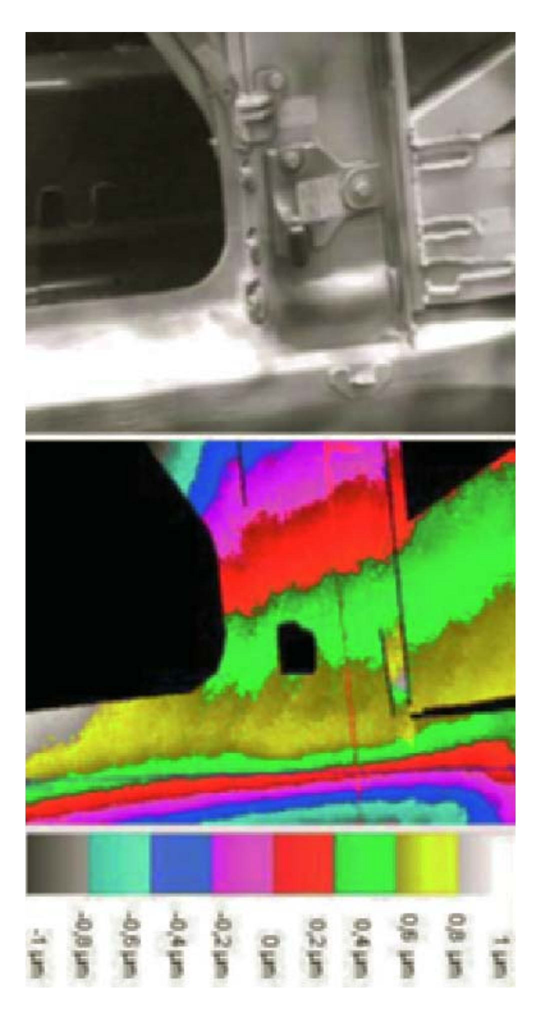


Bild 16-34: Phasenbild eines Türknotens mittels 2D-Speckle-Interferometrie

sung). Es sind jedoch auch Systeme zur 3D-Laser-Scanning-Vibrometrie im Einsatz, die mit drei Lasern die Darstellung der räumlichen Bewegung einer Struktur ermöglichen. Da der fokussierte Laserstrahl nur wenige µm groß ist, lassen sich auch von kleinsten Objekten rückwirkungsfrei zuverlässige Messwerte generieren.

16.6.2 Speckle-Interferometrie

Die Speckle-Interferometrie kann ebenfalls kleine Verformungen von Test-Objekten unter Betriebslast sichtbar machen. Das Funktionsprinzip erlaubt sowohl statische und quasistatische Auslenkungen sicher zu detektierten, die Methode kann aber auch zur Vibrationsanalyse genutzt werden. Die Grundlage der Methode ist der Speckle-Effekt von Laserlicht, das an einer rauen Oberfläche des Test-Objekts diffus gestreut wird. Die Rauigkeit der Oberfläche muss in der Größenordnung der Wellenlänge des Laserlichtes liegen. Nur dann kann der Speckle-Effekt in Form von Mikrointerferenzen auftreten. Während einer kontrollierten Belastung des Objekts werden nun ohne Änderung der relativen Position von Kamera, Objekt und Laser aufeinander folgende Bilder aufgenommen. Die Belastung führt zu kleinen Verformungen des Objekts und lässt dabei die Speckle-Punkte auf den Bildern wandern. Aus einer computergestützten Analyse der Speckle-Bewegungen lässt sich nun die Verformung quantitativ rekonstruieren und bildlich in Form von Phasenbildern oder Höhenprofilen darstellen **(Bild 16-33)**.

Bei der Überlagerung von zwei Wellen gleicher Intensität I und gleicher Wellenlänge (Kohärenz) ergibt sich für die Gesamtintensität ein Interferenzmuster in Abhängigkeit von der Phasendifferenz $\Delta\varphi$:

$$I_G = 4 \cdot I \cdot \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Für die Phasendifferenz gilt bei out-of-plane-Messungen mit dem Interferometer:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot d_x$$

Für einen vollen Phasenübergang von 2π muss daher die Messfläche um $d_x = \lambda / 2$ verschoben werden. Für $\Delta\varphi = n \cdot 2\pi$ wiederholen sich die Interferenzstreifen. Die Höhenwerte ergeben sich damit zu:

$$d_x = \left(n + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Literatur

[1] Martner, O; Zerbs, C.: Übertragungspfadanalyse und -synthese mit Nebenwegkompensation bei Fahrzeugen, Haus der Technik Fachbuch, Band 51, expert verlag, 2005
[2] C. Schulze;, E. Sarradj;, A. Zeibig: Einsatz eines Mikrofonarrays zur Trennung von Quellmechanismen, DAGA 2005
[3] C. Schulze; E. Sarradj; A. Zeibig: C. Schulze, E. Sarradj, A. Zeibig: Characteristics of Microphone Arrays. Proc. Inter-Noise 2004, Prague
[4] Brandstein, M.; Ward, D.: Microphone Arrays: Signal Processing Techniques and Applications. Springer, 2001
[5] F. J. Fahy, The vibro-acoustic reciprocity principle and applications to noise control. Acustica 81 (1995), 544
[6] Sottek, R.; Genuit, K.: Models of Signal Processing in Human Hearing, HEAD acoustics, Proc. AEÜ 59 (2005) 157 – 165, 2005